آموزش ریدبرگ

فهرست مطالب

۱ استخراج همیلتونی سیستم EIT Ladder ۱

۱-۱ انتخاب پایه‌ها ۱

۱-۲ همیلتونی اتم بدون میدان ۱

۱-۳ میدان‌های نوری در سیستم Ladder ۲

۱-۴ برهم‌کنش دوقطبی اتم و میدان ۲

۱-۵ همیلتونی کامل در چارچوب آزمایشگاهی ۲

۱-۶ فرکانس گذارها و Detuning ۳

۱-۷ چارچوب چرخان و تقریب موج چرخان ۳

۱-۸ همیلتونی Ladder در چارچوب چرخان ۴

۱-۹ فرم استاندارد با فرکانس رابی ۴

۱-۱۰ نتیجه برای سیستم رایدبرگ EIT ۴

فصل ۱

استخراج همیلتونی سیستم EIT Ladder

در این فصل، همیلتونی یک سیستم سه‌ترازی از نوع Ladder برای پدیده‌ی Electromagnetically Induced Transparency یا EIT استخراج می‌شود. این نوع سیستم برای توصیف EIT در اتم‌های رایدبرگ بسیار مهم است، زیرا در آن یک حالت پایه، یک حالت برانگیخته‌ی میانی، و یک حالت بسیار برانگیخته یا رایدبرگ درگیر می‌شوند.

۱-۱ انتخاب پایه‌ها

برای سیستم Ladder، سه حالت اتمی اصلی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\{|g\rangle,\ |e\rangle,\ |r\rangle\}\,. \tag{۱-۱}$$

در این نام‌گذاری، $|g\rangle$ حالت پایه، $|e\rangle$ حالت برانگیخته‌ی میانی، و $|r\rangle$ حالت بسیار برانگیخته یا رایدبرگ است. بنابراین مسیر گذارها در سیستم Ladder به صورت زیر است:

$$|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle \leftrightarrow |r\rangle. \tag{۲-۱}$$

در این سیستم، میدان probe گذار بین $|g\rangle$ و $|e\rangle$ را کوپل می‌کند، در حالی که میدان control یا coupling گذار بین $|e\rangle$ و $|r\rangle$ را کوپل می‌کند.

۱-۲ همیلتونی اتم بدون میدان

ابتدا فرض می‌کنیم هیچ میدان نوری به اتم اعمال نشده است. در این حالت، تنها انرژی‌های داخلی اتم در همیلتونی ظاهر می‌شوند. انرژی سه حالت را به ترتیب با

$$\varepsilon_g, \qquad \varepsilon_e, \qquad \varepsilon_r \tag{۳-۱}$$

نشان می‌دهیم. بنابراین همیلتونی اتم آزاد به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\hat{H}_{\cdot} = \varepsilon_g|g\rangle\langle g| + \varepsilon_e|e\rangle\langle e| + \varepsilon_r|r\rangle\langle r|. \tag{۴-۱}$$

در پایه‌ی $\{|g\rangle,\ |e\rangle,\ |r\rangle\}$، فرم ماتریسی این همیلتونی برابر است با:

$$\hat{H}_{\cdot} = \begin{pmatrix} \varepsilon_g & \cdot & \cdot \\ \cdot & \varepsilon_e & \cdot \\ \cdot & \cdot & \varepsilon_r \end{pmatrix}. \tag{۵-۱}$$

المان‌های قطری انرژی خود حالت‌های اتمی هستند. صفر بودن المان‌های خارج از قطر در این مرحله به این معنی است که هنوز هیچ میدان خارجی‌ای حالت‌ها را به هم کوپل نکرده است.

۱-۳ میدان‌های نوری در سیستم Ladder

در سیستم Ladder EIT دو میدان نوری در نظر گرفته می‌شود. میدان اول، میدان probe است که گذار پایین‌تر را کوپل می‌کند:

$$|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle. \tag{۱-۶}$$

میدان الکتریکی متناظر با آن را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\mathcal{E}_p(t) = \tilde{\mathcal{E}}_p e^{-i\nu_p t} + \tilde{\mathcal{E}}_p^* e^{i\nu_p t}, \tag{۱-۷}$$

که در آن ν_p فرکانس میدان probe و $\tilde{\mathcal{E}}_p$ دامنه‌ی مختلط آهسته‌ی آن است.
میدان دوم، میدان control یا coupling است که گذار بالاتر را کوپل می‌کند:

$$|e\rangle \leftrightarrow |r\rangle. \tag{۱-۸}$$

میدان الکتریکی متناظر با آن به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\mathcal{E}_c(t) = \tilde{\mathcal{E}}_c e^{-i\nu_c t} + \tilde{\mathcal{E}}_c^* e^{i\nu_c t}, \tag{۱-۹}$$

که در آن ν_c فرکانس میدان control و $\tilde{\mathcal{E}}_c$ دامنه‌ی مختلط آهسته‌ی آن است.

۱-۴ برهمکنش دوقطبی اتم و میدان

برهمکنش بین اتم و میدان الکتریکی در تقریب دوقطبی الکتریکی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\hat{H}_{\text{int}} = -\hat{\mu} \cdot \mathcal{E}. \tag{۱-۱۰}$$

در سیستم Ladder، تنها دو گذار نوری مجاز در نظر گرفته می‌شود:

$$|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle, \qquad |e\rangle \leftrightarrow |r\rangle. \tag{۱-۱۱}$$

بنابراین المان‌های کوپلینگ مربوط به این دو گذار عبارت‌اند از:

$$H_{ge} = -\mu_{ge}\mathcal{E}_p(t), \tag{۱-۱۲}$$

و

$$H_{er} = -\mu_{er}\mathcal{E}_c(t). \tag{۱-۱۳}$$

در اینجا μ_{ge} ممان دوقطبی گذار بین $|g\rangle$ و $|e\rangle$، و μ_{er} ممان دوقطبی گذار بین $|e\rangle$ و $|r\rangle$ است.
در مدل سه‌ترازی ساده‌ی Ladder، گذار مستقیم بین حالت پایه و حالت رایدبرگ در نظر گرفته نمی‌شود. بنابراین:

$$H_{gr} = H_{rg} = ۰. \tag{۱-۱۴}$$

۱-۵ همیلتونی کامل در چارچوب آزمایشگاهی

با جمع کردن همیلتونی اتم آزاد و همیلتونی برهمکنش، همیلتونی کامل سیستم در چارچوب آزمایشگاهی به دست می‌آید. در پایه‌ی $\{|g\rangle,\ |e\rangle,\ |r\rangle\}$، داریم:

$$\hat{H}_{\text{ladder}}(t) = \begin{pmatrix} \varepsilon_g & -\mu_{ge}\mathcal{E}_p(t) & ۰ \\ -\mu_{ge}^*\mathcal{E}_p^*(t) & \varepsilon_e & -\mu_{er}\mathcal{E}_c(t) \\ ۰ & -\mu_{er}^*\mathcal{E}_c^*(t) & \varepsilon_r \end{pmatrix}. \tag{۱-۱۵}$$

در این ماتریس، المان‌های قطری انرژی حالت‌های اتمی هستند. المان $-\mu_{ge}\mathcal{E}_p(t)$ کوپلینگ میدان probe بین حالت‌های $|g\rangle$ و $|e\rangle$ را نشان می‌دهد. همچنین المان $-\mu_{er}\mathcal{E}_c(t)$ کوپلینگ میدان control بین حالت‌های $|e\rangle$ و $|r\rangle$ است. صفر بودن المان‌های H_{gr} و H_{rg} نشان می‌دهد که گذار مستقیم بین $|g\rangle$ و $|r\rangle$ در این مدل وجود ندارد.

۱-۶ فرکانس گذارها و Detuning

فرکانس گذار بین حالت پایه و حالت برانگیخته‌ی میانی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\omega_{ge} = \frac{\varepsilon_e - \varepsilon_g}{\hbar}. \quad (۱۶-۱)$$

همچنین فرکانس گذار بین حالت برانگیخته‌ی میانی و حالت رایدبرگ برابر است با:

$$\omega_{er} = \frac{\varepsilon_r - \varepsilon_e}{\hbar}. \quad (۱۷-۱)$$

بنابراین، فرکانس گذار دو-فوتونی بین $|g\rangle$ و $|r\rangle$ برابر است با:

$$\omega_{gr} = \frac{\varepsilon_r - \varepsilon_g}{\hbar} = \omega_{ge} + \omega_{er}. \quad (۱۸-۱)$$

اختلاف فرکانس میدان probe با گذار اتمی متناظر را با Δ_p نشان می‌دهیم:

$$\Delta_p = \nu_p - \omega_{ge}. \quad (۱۹-۱)$$

به طور مشابه، detuning میدان control برابر است با:

$$\Delta_c = \nu_c - \omega_{er}. \quad (۲۰-۱)$$

برای سیستم Ladder، detuning دو-فوتونی برابر با جمع دو detuning است:

$$\delta = \Delta_p + \Delta_c. \quad (۲۱-۱)$$

۱-۷ چارچوب چرخان و تقریب موج چرخان

همیلتونی آزمایشگاهی در معادله‌ی (۱-۱۵) شامل وابستگی زمانی سریع ناشی از نوسان میدان‌های نوری است. برای بررسی دینامیک آهسته‌ی سیستم، معمولاً به چارچوب چرخان می‌رویم و از تقریب موج چرخان یا Rotating Wave Approximation استفاده می‌کنیم.

در این چارچوب، انرژی حالت‌ها به صورت مؤثر به شکل زیر تغییر می‌کند:

$$\varepsilon_g \to \varepsilon_g, \quad (۲۲-۱)$$

$$\varepsilon_e \to \varepsilon_e - \hbar\nu_p, \quad (۲۳-۱)$$

و

$$\varepsilon_r \to \varepsilon_r - \hbar(\nu_p + \nu_c). \quad (۲۴-۱)$$

دلیل عبارت آخر این است که برای رسیدن از $|g\rangle$ به $|r\rangle$، اتم دو فوتون جذب می‌کند: یک فوتون از میدان probe و یک فوتون از میدان control.

۱-۸ همیلتونی Ladder در چارچوب چرخان

پس از رفتن به چارچوب چرخان و حذف جمله‌های سریع با استفاده از RWA، همیلتونی سیستم به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\hat{H}_{R,\text{ladder}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_g & -\mu_{ge}\tilde{\mathcal{E}}_p & 0 \\ -\mu_{ge}^*\tilde{\mathcal{E}}_p^* & \varepsilon_e - \hbar\nu_p & -\mu_{er}\tilde{\mathcal{E}}_c \\ 0 & -\mu_{er}^*\tilde{\mathcal{E}}_c^* & \varepsilon_r - \hbar(\nu_p+\nu_c) \end{pmatrix}. \quad (۱-۲۵)$$

این فرم دیگر شامل نوسان‌های سریع زمانی نیست و برای تحلیل EIT مناسب‌تر است.

۱-۹ فرم استاندارد با فرکانس رابی

برای ساده‌تر کردن همیلتونی، فرکانس‌های رابی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\Omega_p = \frac{\mu_{ge}\tilde{\mathcal{E}}_p}{\hbar}, \quad (۱-۲۶)$$

و

$$\Omega_c = \frac{\mu_{er}\tilde{\mathcal{E}}_c}{\hbar}. \quad (۱-۲۷)$$

در این تعریف، Ω_p شدت کوپلینگ میدان probe با گذار $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ را نشان می‌دهد و Ω_c شدت کوپلینگ میدان control با گذار $|e\rangle \leftrightarrow |r\rangle$ است.

اگر مبدأ انرژی را روی حالت $|g\rangle$ قرار دهیم، یعنی یک جمله‌ی $\varepsilon_g I$ را از همیلتونی کم کنیم، فرم استاندارد همیلتونی Ladder EIT به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\hat{H}_{R,\text{ladder}} = \hbar \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_p & 0 \\ -\Omega_p^* & -\Delta_p & -\Omega_c \\ 0 & -\Omega_c^* & -(\Delta_p+\Delta_c) \end{pmatrix} \quad (۱-۲۸)$$

از آنجا که

$$\delta = \Delta_p + \Delta_c, \quad (۱-۲۹)$$

می‌توان المان قطری مربوط به حالت رایدبرگ را به صورت $-\hbar\delta$ نیز نوشت:

$$\hat{H}_{R,\text{ladder}} = \hbar \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_p & 0 \\ -\Omega_p^* & -\Delta_p & -\Omega_c \\ 0 & -\Omega_c^* & -\delta \end{pmatrix}. \quad (۱-۳۰)$$

۱-۱۰ نتیجه برای سیستم رایدبرگ EIT

در سیستم رایدبرگ EIT، معمولاً حالت‌ها به صورت زیر انتخاب می‌شوند:

$$|g\rangle = ۵S_{۱/۲}, \quad (۱-۳۱)$$

$$|e\rangle = ۵P_{۳/۲}, \quad (۱-۳۲)$$

و

$$|r\rangle = nS \quad \text{یا} \quad nD. \tag{۳۳-۱}$$

در نتیجه، میدان probe گذار زیر را تحریک می‌کند:

$$۵S_{۱/۲} \leftrightarrow ۵P_{۳/۲}, \tag{۳۴-۱}$$

و میدان control گذار زیر را تحریک می‌کند:

$$۵P_{۳/۲} \leftrightarrow nS \quad \text{یا} \quad ۵P_{۳/۲} \leftrightarrow nD. \tag{۳۵-۱}$$

شرط اصلی برای مشاهده‌ی EIT این است که سیستم روی رزونانس دو-فوتونی قرار بگیرد. بنابراین:

$$\delta = ۰. \tag{۳۶-۱}$$

در این حالت، یک حالت تاریک یا dark state بین حالت پایه و حالت رایدبرگ ایجاد می‌شود. این حالت با میدان‌های نوری برهم‌کنش جذب‌کننده ندارد و در نتیجه جذب میدان probe کاهش یافته و پنجره‌ی شفافیت EIT ظاهر می‌شود.

منابع